

D 3299

Q.P. Code : [07 DMA 02]

(For the candidates admitted from 2007 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, JUNE 2008.

First Year

Part III — Mathematics

TRIGONOMETRY, VECTOR CALCULUS AND  
ANALYTICAL GEOMETRY

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

Answer any FIVE questions.

(5 × 20 = 100)

1. (a) Prove that

$$32 \cos^6 \theta = \cos 6\theta + 6 \cos 4\theta + 15 \cos 2\theta + 10.$$

(b) If  $\sin(\theta + i\phi) = \tan \alpha + i \sec \alpha$ , then prove that  $\cos 2\theta \cosh 2\phi = 3$ .

$$(ஆ) 32 \cos^6 \theta = \cos 6\theta + 6 \cos 4\theta + 15 \cos 2\theta + 10$$

என நிறுவுக.

$$(ஆ) \sin(\theta + i\phi) = \tan \alpha + i \sec \alpha,$$

எனில்

 $\cos 2\theta \cosh 2\phi = 3$  என நிறுவுக.

2. (a) Prove that :

$$\log \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{ix}{2} \right) = i \tan^{-1} (\sinh x).$$

(b) Find the sum of the series :

$$\sin \alpha + \sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha + 2\beta) + \dots$$

(அ) நிறுவுக :

$$\log \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{ix}{2} \right) = i \tan^{-1} (\sinh x).$$

(ஆ) தொடரின் கூடுதல் காண்க.

$$\log \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{ix}{2} \right) = i \tan^{-1} (\sinh x).$$

3. (a) Prove that

$$(i) \quad \nabla \times (\vec{u} \times \vec{v}) = (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{u} - (\nabla \cdot \vec{u}) \vec{v} \\ - [(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{v} - (\nabla \cdot \vec{v}) \vec{u}].$$

$$(ii) \quad \text{div curl } \vec{F} = 0.$$

(b) Prove that :

$$\nabla \cdot \left( \frac{f(r) \vec{r}}{r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 f).$$

(அ) நிறுவுக :

$$(i) \quad \nabla \times (\vec{u} \times \vec{v}) = (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{u} - (\nabla \cdot \vec{u}) \vec{v} \\ - [(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{v} - (\nabla \cdot \vec{v}) \vec{u}].$$

$$(ii) \quad \text{div curl } \vec{F} = 0.$$

(ஆ) நிறுவுக :

$$\nabla \cdot \left( \frac{f(r)\vec{F}}{r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 f).$$

4. (a) Verify divergence theorem for  $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  over the region bounded by  $x = 0$ ,  $x = a$ ,  $y = 0$ ,  $y = a$ ,  $z = 0$ ,  $z = a$ .

(b) Verify Stoke's theorem for  $\vec{F} = y\vec{i} + z\vec{j} + x\vec{k}$  over the surface of the hemisphere  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  above the  $x \circ y$  plane.

(அ)  $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  -க்கு  $x = 0$ ,  $x = a$ ,  $y = 0$ ,  $y = a$ ,  $z = 0$ ,  $z = a$  ஆகிய எல்லைக்குட்பட்ட பகுதியில் விரிதல் தேற்றத்தினை சரிபார்க்கவும்.

(ஆ)  $\vec{F} = y\vec{i} + z\vec{j} + x\vec{k}$  -க்கு  $x \circ y$  தளத்தின் மீதுள்ள  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  என்ற அரை கோளத்தின் புறபரப்பின் மீது ஸ்டோக்கின் தேற்றத்தினை சரிபார்க்கவும்.

5. (a) Obtain the Fourier series for the function  $f(x) = x, -\pi < x < \pi$ .

(b) Find half-range Fourier sine series for  $f(x) = x(\pi - x), 0 < x < \pi$ .

(அ)  $f(x) = x, -\pi < x < \pi$  என்ற சார்புக்கான பூரியர் தொடரினைத் தருவி.

(ஆ)  $f(x) = x(\pi - x), 0 < x < \pi$ -க்கு அரைவீச்சு பூரியர் சைன் தொடரைக் காண்க.

6. (a) Derive the polar equation of a conic.

(b) Find the equation of the chord joining the points whose vectorial angles are  $\alpha - \beta$  and  $\alpha + \beta$  on the conic.

(அ) ஒரு கூம்பு வெட்டியின் துருவ சமன்பாட்டினைத் தருவி.

(ஆ) கூம்பு வெட்டியின் மீதுள்ள  $\alpha - \beta$  மற்றும்  $\alpha + \beta$  ஆகியவை உச்சிக் கோணங்களாக கொண்ட புள்ளிகளை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாடு காண்க.

7. (a) Find the shortest distance between the lines  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$  and  $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$ .

(b) Find the equation of the spheres which pass through the circle  $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ ,  $x + 2y + 3z = 3$  and touch the plane  $4x + 3y = 15$ .

(அ)  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$  மற்றும்  $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$

ஆகிய கோடுகளுக்கு இடையேயான மீச்சிறு தூரத்தினைக் காண்க.

(ஆ)  $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ ,  $x + 2y + 3z = 3$  என்ற வட்டத்தின் வழியாக செல்வதாகவும் மற்றும்  $4x + 3y = 15$  என்ற தளத்தினை தொடுவதாகவும் உள்ள கோளங்களின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

8. (a) Find the equation of the cone whose vertex is  $(1, -2, 3)$  and the guiding curve is  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ ,  $z = 2$ .

(b) Find the equation of the right circular cylinder whose axis is  $x = 2y = -z$  and radius 4.

(அ)  $(1, -2, 3)$  என்பதை முனையாகவும் மற்றும்  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ ,  $z = 2$  என்பதை வழிகாட்டு வளைவரையாகவும் கொண்ட கூம்பின் சமன்பாடு காண்க.

(ஆ)  $x = 2y = -z$  என்பதை அச்சாகவும் மற்றும் ஆரம் 4 ஆகவும் கொண்ட நேர் வட்ட உருளையின் சமன்பாடு காண்க.

---

Reg. No. : .....

D 3136

Q.P. Code : [07 DMA 03]

(For the candidates admitted from 2007 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, JUNE 2008.

First Year

Part III — Mathematics

Allied : STATISTICS FOR MATHEMATICS

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

Answer any FIVE questions.

(5 × 20 = 100)

1. (a) A random variable  $X$  has the following probability function :

$x :$	0	1	2	3	4	5	6	7
$p(x) :$	0	$K$	$2K$	$2K$	$3K$	$K^2$	$2K^2$	$7K^2+K$

Find  $K$  and  $P(0 < X < 5)$ .

(b) Find the mean and variance of the distribution whose probability density function is  $f(x) = y_0 x(2-x)$ ,  $0 \leq x \leq 2$ .

[www.asinstitute.in](http://www.asinstitute.in)

(c) State and prove addition theorem on expectation.

(அ) பின்வரும் நிகழ்தகவு சார்பிற்கு  $K$ ,  
 $P(0 < X < 5)$  ஆகியவற்றை காண்க :

$x$ :	0	1	2	3	4	5	6	7
$p(x)$ :	0	$K$	$2K$	$2K$	$3K$	$K^2$	$2K^2$	$7K^2+K$

(ஆ) ஒரு பரவலின் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு  
 $f(x) = y_0 x(2-x)$ ,  $0 \leq x \leq 2$  எனில் அதன் சராசரியையும்  
 பரவற்படியையும் காண்க.

(இ) எதிர்பாத்தலின் கூட்டு தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

2. (a) If  $x_1, x_2, \dots, x_n$  are independent random variables, show that

$$M_{x_1+x_2+\dots+x_n}(t) = M_{x_1}(t) \cdot M_{x_2}(t) \cdots M_{x_n}(t).$$

(b) If  $f(x, y) = \begin{cases} 2-x-y, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

find  $Var(X)$  and  $Var(Y)$ .

(c) State and prove Chebychev's inequality.

(அ)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  என்பவை சார்பில்லா சமவாய்ப்பு மாறிகள் எனில்

$$M_{x_1+x_2+\dots+x_n}(t) = M_{x_1}(t) \cdot M_{x_2}(t) \cdots M_{x_n}(t) \quad \text{எனக்}$$

காட்டுக.



(ஆ)  $f(x, y) = \begin{cases} 2 - x - y, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{மற்றபடி} \end{cases}$ , எனில்  $Var(X)$  மற்றும்  $Var(Y)$ ஐ காண்க.

(இ) செபிசேவின் சமனின்மையை கூறி நிறுவுக.

3. (a) Find the density function  $f(x)$  corresponding to the characteristic function

$$\phi(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & |t| \leq 1 \\ 0, & |t| > 1. \end{cases}$$

(b) Find the M.G.F. of  $X$  and mean from the following distribution :

$$P(X = r) = q^{r-1}p, r = 1, 2, \dots$$

(c) State and prove weak law of large numbers.

(அ)  $\phi(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & |t| \leq 1 \\ 0, & |t| > 1. \end{cases}$  என்பது பண்பளவை

சார்பு எனில் இதற்கு தொடர்புடைய நிகழ்தகவு சார்பினை காண்க.

(ஆ)  $X$  -ன் பெருக்குத் தொகை உருவாக்கும் சார்பு மற்றும் சராசரியை பின்வரும் பரவலுக்கு காண்க :

$$P(X = r) = q^{r-1}p, r = 1, 2, \dots$$

(இ) பெரிய (large) எண்களுக்கான உறுதியற்ற விதியை கூறி நிறுவுக.

4. (a) If the mean and variance of binomial distribution are 4 and  $\frac{4}{3}$ , find  $P(X \geq 1)$ .

(b) Find the M.G.F. of a binomial distribution and hence find the variance.

(c) Show that for a normal distribution

$$\mu_{2n} = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n - 1) \sigma^{2n}.$$

(அ) ஈருறுப்பு பரவலின் சராசரி மற்றும் பரவற்படி முறையே 4 மற்றும்  $\frac{4}{3}$ , எனில்  $P(X \geq 1)$  ஐ காண்க.

(ஆ) ஈருறுப்பு பரவலின் பெருக்குத்தொகை உருவாக்கும் சார்பை காண்க. அதன் வழியாக பரவற்படியை காண்க.

(இ) இயல்நிலை பரவலுக்கு

$$\mu_{2n} = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n - 1) \sigma^{2n} \text{ எனக்காட்டுக.}$$

5. (a) Seven coins are tossed and number of heads noted as below. Fit a binomial distribution if the nature of the coin is unknown.

No. of heads : 0 1 2 3 4 5 6 7

Frequencies : 7 6 19 35 30 23 7 1

(b) Show that  $\mu_{r+1} = r\lambda\mu_{r-1} + \lambda \frac{d\mu_r}{d\lambda}$  for a Poisson distribution.

(c) Show that  $\mu_{2n+1} = 0$  for a normal distribution.

(அ) ஏழு நாணயங்கள் வீசப்பட்டு தலைகள் எண்ணப்படுகிறது. நாணயத்தின் தன்மை தெரியாதபோது பின்வரும் விபரங்களுக்கு ஈருறுப்பு பரவலை பொருத்துக :

தலைகள் எண்ணிக்கை :	0	1	2	3	4	5	6	7
அலைவெண்கள் :	7	6	19	35	30	23	7	1

(ஆ) பாய்ஸான் பரவலுக்கு  $\mu_{r+1} = r\lambda\mu_{r-1} + \lambda \frac{d\mu_r}{d\lambda}$

எனக்காட்டுக.

(இ) இயல்நிலை பரவலுக்கு  $\mu_{2n+1} = 0$  எனக்காட்டுக.

6. (a) State and prove additive property of  $\chi^2$  distribution.

(b) Derive the probability density function of  $F$ -distribution.

(c) Write the four applications of  $t$ -distribution.

(அ)  $\chi^2$  - பரவலின் கூட்டுப்பண்பை கூறி நிறுவுக.

(ஆ)  $F$  - பரவலின் நிகழ்தகவு அடத்திச் சார்பை தருவிக்க.

(இ)  $t$  - பரவலின் பயன்பாடுகள் நான்கினை எழுதுக.

7. (a) Derive the probability density function of  $\chi^2$  distribution.

(b) Find  $\mu_{2r}$  for  $t$ -distribution and hence find  $\beta_2$ .

(அ)  $\chi^2$  - பரவலின் நிகழ்தகவு அடத்திச் சார்பை தருவிக்க

(ஆ)  $t$ -பரவலுக்கு  $\mu_{2r}$  ஐ காண்க. இவ்வழியாக  $\beta_2$  ஐ காண்க.

8. (a) Fit a curve of the form  $y = ab^x$  for the following data :

$x$ :	1	2	3	4	5	6	7	8
$y$ :	1.0	1.2	1.8	2.5	3.6	4.7	6.6	9.1

(b) If  $V(X) = 9$  and the lines of regression are  $4x - 5y + 33 = 0$ ,  $20x - 9y - 107 = 0$ , find

- the means of  $x$  and  $y$ .
- correlation coefficient between  $x$  and  $y$ .
- standard deviation of  $y$ .

(அ) பின்வரும் விபரங்களுக்கு  $y = ab^x$  என்ற வளைவரையை பொருத்துக :

$x$ :	1	2	3	4	5	6	7	8
$y$ :	1.0	1.2	1.8	2.5	3.6	4.7	6.6	9.1

(ஆ)  $V(X) = 9$  மற்றும்  $4x - 5y + 33 = 0$ ,  $20x - 9y - 107 = 0$  என்பவை உடன் தொடர்பு கோடுகள் எனில் பின்வருபவைவற்றை காண்க :

- $x$  மற்றும்  $y$  - ன் சராசரி.
- $x$  மற்றும்  $y$  க்கு இடையே உள்ள ஒட்டுறவு

கெழு.

- $y$ -ன் திட்ட விலக்கம்.